Marius Perianu Lucian Petrescu Cătălin Mîinescu

LIBRIS We know books

Matematică

caiet pentru vacanța de vară

Clasa a V-a

art educațional

LIBRIS We know books

Cuprins

I Numere naturale

I.1. Numere naturale. Operații cu numere naturale 5
I.2. Teorema împărțirii cu rest a numerelor naturale 19
I.3. Puteri 29
I.4. Media aritmetică. Ordinea efectuării operațiilor 38

II Ecuații, inecuații și probleme aplicative. Metode de rezolvare a problemelor 47

III Divizibilitatea numerelor naturale 71

IV Fracții ordinare

IV.1. Fracții ordinare. Reprezentări. Clasificări 91
IV.2. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare 113
IV.3. Înmulțirea și împărțirea fracțiilor ordinare 118
IV.4. Ordonarea fracțiilor ordinare 120
IV.5. Aflarea unei fracții dintr-un număr. Aflarea unui număr când se cunoaște o fracție din el. Procente 126
IV.6. Probleme aplicative cu numere raționale (fracții, procente) 132

V Fracții zecimale

V.1. Fracții ordinare. Reprezentări. Clasificări 135
V.2. Comparări. Ordonări. Aproximări. Reprezentarea pe axă a fracțiilor zecimale 138
V.3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule 140
V.4. Înmulțirea și ridicarea la putere a fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule 145
V.5. Împărțirea numerelor naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate. Împărțirea a două fracții zecimale 150
V.6. Ordinea efectuării operațiilor. Media aritmetică a două sau mai multe fracții zecimale 159

VI Elemente de geometrie 162

VII Unități de măsură

VII.1. Unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate 175
VII.2. Unități de măsură pentru timp. Unități monetare 185

LIBRIS We know books

VIII Introducere... la CE VA FI în clasa a VI-a! 190
Transformări ale fracțiilor zecimale în fracții ordinare 192

IX Probleme cu probleme, pentru a ajunge în TOP! 194

X Teste pentru începutul clasei a VI-a
Testul 1 198
Testul 2 201
Testul 3 203
Testul 4 205
Testul 5 207

Competențe generale și specifice vizate:

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
   1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
   1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
   1.3. Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
   2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale, folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
   2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
   2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
   3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
   3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
   3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
   4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale
   4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
   4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
   5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale, pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
   5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
   5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii
   6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
   6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra- și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)
   6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor

I.1. Numere naturale. Operații cu numere naturale

1 Am visat că eram într-o poiană, când în apropierea mea a aterizat o navă cu extratereștri. Nu știu cum s-a întâmplat, dar am reușit să dialogăm.
După câteva elemente de prezentare, a venit și întrebarea:
— De acord, aveți o planetă minunată, dar am vrea să știm cu ce vă mândriți voi, oamenii.

a Tu știi?

Le-am răspuns fără ezitare:
— Cu siguranță, o realizare desăvârșită a noastră, a oamenilor, poate fi considerată sistemul actual de numerație.
— La ce-l folosiți?
— Noi descriem ceea ce ne înconjoară, ceea ce cunoaștem, utilizând numere. Acordăm numere atributelor obiectelor, pentru a le cunoaște cât mai bine. Și, pentru a construi numere, am inventat acest sistem de numerație.
— De ce considerați că acest sistem de numerație este perfect?

b Tu, după șase ani de școală, te-ai convins de asta?

— Pentru că, i-am răspuns eu, acordând primelor zece numere: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 și 9 însărcinarea de a le reprezenta pe toate celelalte care urmează, jucându-și astfel și rolul de cifre, de alfabet al numerelor, putem reprezenta în mod unic orice număr printr-o înșiruire de cifre, iar orice înșiruire de cifre reprezintă un unic număr.
— Numai pentru atât? Mai are și alte avantaje?

c Ce alte avantaje prezintă sistemul de numerație pe care l-ai învățat?

— *În primul rând*: Mărimea unui număr este vizibilă în numele său scris sau citit. Cu cât numărul este mai lung, cu atât este mai mare.

LIBRIS | we know books

În al doilea rând: Putem construi numere oricât de mari. În timp ce există un prim număr, nu există un ultim număr.
În al treilea rând: Numerele, spre deosebire de cuvinte, au o circulație planetară. Un englez, un francez, un chinez, un indian, un român, dacă le privesc, cu toții se gândesc la aceleași numere pe care le văd scrise în fața lor, deși atunci când ar fi să le pronunțe, cuvintele lor nu s-ar mai potrivi.

d Ce alte avantaje ai descoperit tu în utilizarea numerelor din sistemul de numerotare folosit?

2 Aflați:

a cifrele a, b, c, d, știind că $\overline{a5c9} = 3\cdot1000 + b\cdot100 + 7\cdot10 + d$;

b numărul de forma $\overline{abc}$, știind că $\overline{abc} = 6\cdot100 + 1$.

Soluție. $\overline{abc} = a\cdot100 + b\cdot10 + c$, de unde, identificând, obținem numărul 601.

3 Aflați:

a numerele de forma $\overline{4x67y2}$, dacă suma cifrelor este 23;

b numerele de forma $\overline{4a2bc5d}$, știind că, citite de la dreapta la stânga, se obțin același numere.

4 Determinați:

a câte numere de două cifre există; dar de trei cifre;

b câte numere pare de forma $\overline{a7b}$ există;

LIBRIS | We know books

c câte numere naturale de trei cifre există, știind că prima și ultima cifră sunt identice;

d toate numerele pare de patru cifre care se pot forma cu 1, 2, 3 și 4.

5 Determinați:

a câte cifre sunt necesare numerotării unei cărți care are 110 pagini;

Soluție. Dintre cele 110 numere naturale, 9 numere sunt de o cifră (deci 9 cifre), 90 de numere au câte două cifre (în total 180 de cifre) și 11 numere au câte trei cifre (adică 33 de cifre). Adunând, obținem 222 cifre.

b câte pagini are o carte pentru a cărei numerotare s-au folosit 151 de cifre.

6 Citiți enunțurile și rezolvați cerințele.

a Scrieți în ordine crescătoare numerele pare de trei cifre identice.

Soluție. 222, ...

b Ordonați crescător numerele cuprinse între 29 și 47 care se împart exact la 3.

c Scrieți crescător numerele pare cuprinse între 387 și 405.

d Așezați în ordine crescătoare primele patru numere impare de trei cifre identice.

7 Determinați numerele naturale de trei cifre mai mici decât 300 și pentru care suma cifrelor este 11.

LIBRIS | We know books

8 Domnul Economu își consultă contul de pe card. Mai are în cont 27 435 de lei. El își amintește: *La începutul lunii aveam 29 157 de lei.*

a S-a mărit ori s-a diminuat numărul (suma) de lei din cont?

b Cu cât?

Gândește domnul Economu:
— De la începutul lunii am primit o primă de 560 de lei, am încasat salariul lunar de 1 873 de lei, dar am plătit rata la apartament de 1 050 de lei.

a În urma acestor trei operații a crescut ori s-a micșorat suma din cont?

b Cu cât?

c Ce sumă a scos din cont pentru alte tipuri de cheltuieli?

d Utilizați alte date calculate de voi, pentru a răspunde la aceeași întrebare.

9 Calculați:

a 316 + 572 = ... ;

b 5 569 + 984 = ... ;

c 342 + 998 839 = ... ;

d 10 203 + 8 998 = ... ;

LIBRIS We know books

10 Calculați:

a 12 + 23 + 34 + 45 + 56 = ...;

b 1 + 22 + 333 + 4 444 + 55 555 = ...;

c 982 + 126 + 764 + 2 = ...;

d 533 898 + 20 007 + 1 008 = ...;

e 378 + 28 801 + 45 + 873 652 = ...;

f 102 + 103 + 104 + 10 691 = ...;

g 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = ...

11 Folosind proprietățile adunării (asociativitatea și comutativitatea), calculați:

a 2 + 3 + 97 + 98 = ...;

b 5 + 13 + 19 + 87 + 95 + 1 = ...;

c 16 + 184 + 982 + 118 + 66 + 134 = ...;

d 355 + 129 + 678 + 645 + 322 + 871 = ...

12 Calculați:

a 764 – 83 = ...;

b 930 – 74 = ...;

c 5 629 – 4 577 = ...;

d 540 000 – 28 116 = ...

13 Calculați:

a 59 – 16 = 22 = ...;

b 838 – 239 – 122 = ...;

c 6 833 – 2 688 – 1 282 = ...;

d 681 + 540 – 284 – 633 = ...;

LIBRIS We know books

e $12\,003 - 1\,289 - 582 - 4\,463 - 15 =$ .....;

f $8\,426 - 586 + 69\,921 - 879 - 322 =$ ..... .

14 Scrieți numărul 10 ca sumă de două numere naturale impare. Evidențiați toate variantele posibile.

Soluție. $10 = 1 + 9, 10 = 3 + 7,$ .....

15 Calculați diferența dintre:

a cel mai mare număr natural de trei cifre și cel mai mic număr natural de două cifre;

b cel mai mare număr natural de trei cifre diferite și cel mai mic număr natural de două cifre diferite nenule;

c cel mai mare număr natural de patru cifre și cel mai mare număr par de patru cifre;

d cel mai mic număr natural de cinci cifre și suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr par de trei cifre.

16 Citiți enunțurile și rezolvați cerințele.

a Știind că $x + y + z + 11 = 43$, determinați $x + y + z$.

LIBRIS We know books

b Dacă $3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot z + 27 = 59$, determinați $5 \cdot z + 3 \cdot x + 4 \cdot y$.

c Știind că $x - 2 \cdot y + 13 = 52$, determinați $3 \cdot x - 6 \cdot y + 1$.

17 Aflați două numere naturale, știind că suma lor este 13. Indicați toate cazurile posibile.

18 Cum scrieți numărul 8 ca sumă de numere naturale nenule diferite două câte două, în care fiecare termen este mai mare decât cel din fața lui?

19 Citiți enunțurile și rezolvați cerințele.

a Câte cifre are numărul $x = 123456789101112131415161718192021222324 25$?

b Se dă numărul $x = 1234567891011121314\ldots 198199200$. Precizați câte cifre are.

20 Determinați numărul natural x care verifică egalitățile:

a $x + 89 = 115$; **b** $2 \cdot x + 23 = 91$; **c** $327 - 3 \cdot x = 15 + 48$;

LIBRIS | We know books

d $15 + (x + 2) + 21 = 47$; e $2 \cdot x + 37 = 79 - 14$; f $32 + (2 \cdot x - 5) = 63 + 14$.

21 Determinați numărul natural x, care verifică următoarele egalități:

a $1\,453 - x = 783$; b $x - 633 = 2\,941$;

c $x - 67 - 92 = 267$; d $542 + x - 117 = 638$;

e $(43 + x) + (537 - 214) = 975$.

22 Determinați numărul natural necunoscut x, din fiecare inegalitate de mai jos:

a $19 + x \leq 43$; b $28 - x \geq 11$;

c $x + 38 - 18 < 83$; d $41 + x - 39 < 83 - 77$.

LIBRIS | We know books

23 Diferența a două numere este 327. Dacă unul dintre ele este 777, calculați suma celor două numere. Câte soluții are problema?

Rezolvare:

24 Citiți enunțurile și rezolvați cerințele.

a Suma a cinci numere consecutive este 105. Determinați numerele.

b Suma a trei numere naturale consecutive pare este 168. Determinați numerele.

25 Suma a două numere este 47, iar suma răsturnatelor lor este 173. Determinați cele două numere.

Rezolvare:

26 Reconstituiți adunările:

a
$$\begin{array}{r} 3\square 6+ \\ 5\square \\ \hline \square 3\,4 \end{array}$$

b
$$\begin{array}{r} 7\square+ \\ 3\square 9 \\ \hline \square 3\,7 \end{array}$$

c
$$\begin{array}{r} \square 3\square 5+ \\ 5\square 9\square \\ \hline \square 0\,2\,1 \end{array}$$

27 Într-o statistică scrie:

Un brazilian consumă 7 cești de cafea solubilă (tip Ness) pe an. Un englez consumă de 36 de ori mai multă cafea solubilă decât un brazilian, în timp ce un canadian numai de 32 de ori mai mult. Un spaniol consumă de 3 ori mai puțină cafea solubilă decât un englez, un francez cu 60 de cești mai puține decât un spaniol, un german de două ori mai puțin decât un francez, iar un american o șesime din cât consumă un englez.

a Câtă cafea solubilă consumă un englez pe an?

LIBRIS | We know books

b Câtă cafea solubilă consumă un canadian într-un an?

c Câtă cafea solubilă consumă un spaniol?

d Calculați direct câtă cafea consumă un spaniol.

e Câtă cafea solubilă consumă un francez?

f Câtă cafea solubilă consumă un german?

g Cât consumă un american?

h De câte ori consumă mai multă cafea solubilă un spaniol decât un german?

i Scrieți într-un singur exercițiu câtă cafea consumă un francez.

28 Calculați:

a $27 \cdot 100$; **b** $56 \cdot 11$; **c** $307 \cdot 12$; **d** $2\,000 \cdot 324$; **e** $346 \cdot 7\,048$.